

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Методы решения математических задач рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	кафедра математики, физики и информатики	
Учебный план	44.03.05_2023_673.plx 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Математика и Физика	
Квалификация	бакалавр	
Форма обучения	очная	
Общая трудоемкость	7 ЗЕТ	
Часов по учебному плану	252	Виды контроля в семестрах: экзамены 10 зачеты 9
в том числе:		
аудиторные занятия	74	
самостоятельная работа	131,2	
часов на контроль	43,6	

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	9 (5.1)		10 (5.2)		Итого	
	Неделя		9 1/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18	36	36
Практические	20	20	18	18	38	38
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9	1,8	1,8
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	38	38	36	36	74	74
Контактная работа	39,05	39,05	38,15	38,15	77,2	77,2
Сам. работа	96,1	96,1	35,1	35,1	131,2	131,2
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	144	144	108	108	252	252

Программу составил(и):

к.п.н., доцент, Соловкина Ирина Владимировна



Рабочая программа дисциплины

Методы решения математических задач

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 09.03.2023 протокол № 8

И. о. зав кафедрой: Богданова Рада Александровна



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2024 г. № ____
И. о. зав кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2025 г. № ____
И. о. зав кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой И. о. зав кафедрой: Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от _____ 2027 г. № ____
И. о. зав кафедрой: Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> формирование систематизированных знаний по методам решения математических задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего профессионального роста и успешного применения полученных знаний в практике преподавания математики в школе; - совершенствование навыков математического и логического мышления; - формирования опыта творческой деятельности через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.В.ДВ.01
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Элементарная математика
2.1.2	Алгебра
2.1.3	Аналитическая геометрия
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Методика решения задач ЕГЭ по математике и их критериальное оценивание
2.2.2	Преддипломная практика
2.2.3	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-2: Способен организовывать образовательный процесс с использованием современных образовательных технологий, в том числе дистанционных	
ИД-1.ПК-2: Разрабатывает образовательные программы различных уровней в соответствии с современными методиками и технологиями	
Знает, умеет и владеет навыками разработки образовательных программ различных уровней по школьному курсу математики в соответствии с современными методиками и технологиями	
ИД-2.ПК-2: Разрабатывает план коррекции образовательного процесса в соответствии с результатами диагностических мероприятий	
Способен грамотно разработать план коррекции образовательного процесса по курсу школьной математики в соответствии с результатами диагностических мероприятий	
ПК-3: Способен планировать, организовывать, контролировать и координировать образовательный процесс	
ИД-1.ПК-3: Осуществляет анализ образовательной среды, определяет цель деятельности субъектов образовательного процесса и способы ее достижения	
Владеет навыками анализа образовательной среды, умеет определять цель деятельности субъектов образовательного процесса и способы ее достижения по курсу школьной математики	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Содержание дисциплины						
1.1	1. Арифметические и алгебраические преобразования /Лек/	9	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.2	2. Алгебраические уравнения и системы уравнений /Лек/	9	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта

1.3	3. Алгебраические неравенства и системы неравенств /Лек/	9	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.4	4. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства /Лек/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.5	5. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства /Лек/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.6	6. Тригонометрия /Лек/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.7	7. Арифметическая и геометрическая прогрессия /Лек/	10	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.8	8. Текстовые задачи /Лек/	10	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.9	9. Планиметрия /Лек/	10	6	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.10	10. Стереометрия /Лек/	10	6	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Лекция-презентация. Выполнение конспекта
1.11	1. Арифметические и алгебраические преобразования /Пр/	9	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.12	2. Алгебраические уравнения и системы уравнений /Пр/	9	3	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.13	3. Алгебраические неравенства и системы неравенств /Пр/	9	3	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.

1.14	4. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства /Пр/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.15	5. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства /Пр/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.16	6. Тригонометрия /Пр/	9	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.17	7. Арифметическая и геометрическая прогрессия /Пр/	10	2	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.18	8. Текстовые задачи /Пр/	10	4	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.19	9. Планиметрия /Пр/	10	6	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
1.20	10. Стереометрия /Пр/	10	6	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Выполнение конспекта. Оценочные средства для проведения контрольной работы приведены в Приложении №2.

1.21	1. Арифметические и алгебраические преобразования /Ср/	9	16	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневы х задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету
1.22	2. Алгебраические уравнения и системы уравнений /Ср/	9	16	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневы х задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету
1.23	3. Алгебраические неравенства и системы неравенств /Ср/	9	16	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневы х задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету

1.24	4. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства /Ср/	9	16	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету
1.25	5. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства /Ср/	9	16	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету
1.26	6. Тригонометрия /Ср/	9	16,1	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к зачету
1.27	7. Арифметическая и геометрическая прогрессия /Ср/	10	3,9	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к экзамену
1.28	8. Текстовые задачи /Ср/	10	7,8	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к экзамену
1.29	9. Планиметрия /Ср/	10	11,7	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к экзамену
1.30	10. Стереометрия /Ср/	10	11,7	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение разноуровневых задач, приведенных в Приложении. Подготовка к экзамену
Раздел 2. Консультации							
2.1	Консультация по дисциплине /Конс/	10	0,9	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	
Раздел 3. Промежуточная аттестация (экзамен)							
3.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	10	34,75	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	
3.2	Контроль СР /КСРАТТ/	10	0,25	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	

3.3	Контактная работа /КонсЭж/	10	1	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	
Раздел 4. Промежуточная аттестация (зачёт)							
4.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	9	8,85	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	
4.2	Контактная работа /КСРАтт/	9	0,15	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	
Раздел 5. Консультации							
5.1	Консультация по дисциплине /Конс/	9	0,9	ИД-1.ПК-2 ИД-2.ПК-2 ИД-1.ПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Методы решения математических задач».
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме разноуровневых заданий, контрольной работы и промежуточной аттестации в форме вопросов к зачету и экзамену.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства - разноуровневые задачи для проведения текущего контроля к практическим занятиям и варианты контрольной работы приведены в приложениях.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы при реализации дисциплины не предусмотрены

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Примерные вопросы к зачету**Числа и вычисления**

Натуральные числа. Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел. Сравнение натуральных чисел. Квадрат и куб натурального числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Деление с остатком. Разложение натурального числа на простые множители. Общий делитель, наибольший общий делитель. Общее кратное, наименьшее общее кратное.

Целые числа. Действия над целыми числами.

Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Основное свойство дроби. Сокращение обыкновенных дробей. Сравнение обыкновенных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление обыкновенных дробей.

Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей.

Приближенное значение числа. Округление чисел.

Рациональные числа. Действия над рациональными числами.

Иррациональные числа. Действительные числа. Координатная прямая. Изображение чисел на координатной прямой.

Модуль действительного числа. Геометрический смысл модуля.

Проценты. Пропорция. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность.

Степень с натуральным и целым показателем.

Степень с рациональным показателем.

Степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Десятичный логарифм.

Радан. Число Пи.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числа.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Выражения и их преобразования

Числовые выражения. Алгебраические выражения.

Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.

Одночлен и многочлен. Сложение, вычитание, умножение многочленов, деление многочлена на одночлен. Разложение многочлена на множители. Тождественные преобразования многочленов.

Рациональные дроби. Основное свойство дроби. Действия над алгебраическими дробями. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Корень n -й степени, его свойства для случаев четного и нечетного значений числа n . Арифметический корень.

Свойства арифметических корней.

Свойства степеней с натуральным и целым показателями.

Свойства степеней с рациональными показателями.

Основное логарифмическое тождество.

Логарифм произведения, степени, частного. Переход к логарифму с другим основанием.

Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы.

Соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одной переменной.

Формулы сложения.

Формулы приведения.

Формулы для $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$.

Представление произведением выражений $\cos \alpha \pm \cos \beta$, $\sin \alpha \pm \sin \beta$.

Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Уравнения и неравенства

Уравнения. Корень уравнения. Равносильные уравнения.

Линейные уравнения.

Квадратное уравнение. Формулы корней квадратного уравнения.

Теорема Виета.

Рациональные уравнения.

Иррациональные уравнения.

Тригонометрические уравнения.

Числовые неравенства, их геометрическая интерпретация.

Свойства числовых неравенств.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств с одной переменной. Двойные неравенства. Равносильные неравенства.

Линейные неравенства.

Квадратные неравенства.

Рациональные неравенства.

Системы линейных, квадратных, рациональных уравнений с двумя переменными.

Системы линейных, квадратных, рациональных неравенств с одной переменной. Двойные неравенства. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Линейные и столбчатые диаграммы.
Координатный луч. Координата точки.
Координатная прямая и координатная плоскость. Определение координат точки на координатной прямой и на координатной плоскости. Построение точки по ее координатам.
Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками на координатной плоскости.
Понятие функции. Область определения функции. Область (множество) значений функции. Способы задания функции.
График функции. Нули функции. Промежутки, где функция сохраняет свой знак. Четность и нечетность функции.
Периодичность функции. Возрастание и убывание функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
График уравнения с двумя переменными. Уравнения прямой и окружности. Геометрическая интерпретация решений системы двух уравнений с двумя переменными.
Функция ..., ее свойства и график.
Степенная функция с рациональным показателем.

Арифметическая и геометрическая прогрессии
Числовая последовательность. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии.

Критерии оценивания:

«Зачтено», повышенный уровень – Зачтено» выставляется студенту, если студент обнаружил степень сформированности компетенций, соответствующий продвинутому уровню. При этом студент демонстрирует всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой. Кроме того, студент усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии и умеет применять их в практической деятельности.
«Зачтено», пороговый уровень – «Зачтено» выставляется студенту, если студент обнаружил степень сформированности компетенций, соответствующий базовому уровню. При этом он продемонстрировал знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением более 60% заданий, предусмотренных программой. Допустил неточности и ошибки при выполнении заданий, смог при помощи преподавателя их устранить
«Незачтено», уровень не сформирован – вопросы не раскрыты, обнаруживаются пробелы в знаниях, существенное непонимание основных вопросов курса.

Примерные вопросы к экзамену

Точка, прямая, плоскость.
Луч, отрезок, угол.
Биссектриса угла.
Центрально-симметричные и осесимметричные фигуры.
Вертикальные углы, смежные углы.
Многоугольник. Стороны, углы, диагонали многоугольника.
Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники.
Свойство биссектрисы треугольника. Свойство медианы треугольника. Соотношения между сторонами и углами произвольного и прямоугольного треугольника.
Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.
Равнобедренный треугольник. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.
Равносторонний треугольник.
Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых.
Свойства параллельных прямых.
Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр и наклонная.
Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
Теорема Фалеса.
Подобие треугольников. Коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Свойство площадей подобных треугольников.
Теорема Пифагора.
Средняя линия треугольника и ее свойства. Средняя линия трапеции и ее свойства.
Сумма углов треугольника. Внешний угол треугольника. Неравенство треугольника.
Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Дуга окружности.
Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности.
Центральные и вписанные углы.
Замечательные точки треугольника. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.
Вписанные и описанные четырехугольники.
Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.
Правильные многоугольники.
Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.

Параллельные прямые в пространстве. Признак параллельности прямых.
Прямая, параллельная плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.
Скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых.
Угол между прямыми в пространстве.
Параллельные плоскости. Признак параллельности плоскостей.
Свойства параллельных прямых и плоскостей в пространстве.
Перпендикулярные прямые.
Прямая, перпендикулярная плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.
Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.
Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей.
Свойства перпендикулярных прямых и плоскостей.
Многогранники и их изображения.
Призма, прямая и правильная призмы, параллелепипед.
Пирамида, правильная пирамида. Усеченная пирамида.
Цилиндр. Осевое сечение цилиндра. Развертка боковой поверхности цилиндра.
Конус. Осевое сечение конуса. Развертка боковой поверхности конуса. Усеченный конус.
Сфера. Шар. Сечения сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере.

Геометрические величины

Длина отрезка. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.
Длина ломаной. Периметр многоугольника.
Длина окружности и ее дуги.
Площадь круга и его сектора.
Измерения центральных и вписанных углов.
Площадь фигуры. Площадь треугольника, параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции.
Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными прямыми. Расстояние между параллельными прямой и плоскостью. Расстояние между параллельными плоскостями.
Угол между прямыми. Угол между прямыми в пространстве.
Угол между прямой и плоскостью. Мера двугранного угла. Угол между плоскостями.
Площади боковой и полной поверхностей призмы. Площадь боковой и полной поверхности прямой призмы.
Площади боковой и полной поверхностей пирамиды.
Объем тела. Объем призмы. Объем пирамиды.
Площадь сферы.
Площади боковой и полной поверхностей цилиндра.
Площади боковой и полной поверхностей конуса.
Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара.

Геометрические построения

Построение прямого угла с помощью угольника.
Построение угла с данной градусной мерой с помощью транспортира.
Круговые диаграммы.
Построение с помощью циркуля и линейки серединного перпендикуляра к отрезку; угла, равного данному; биссектрисы угла.
Деление отрезка на пропорциональные части.
Построение правильного треугольника, четырехугольника и шестиугольника.
Сечения многогранников плоскостями.

Критерии оценки:

Отметка «отлично» ставится, если знания отличаются глубиной и содержательностью, дается полный исчерпывающий ответ, как на основные вопросы билета, так и на дополнительные:

- студент свободно владеет понятийным аппаратом;
- студент способен к интеграции знаний по определенной теме, структурированию ответа, к анализу положений существующих теорий, научных школ, направлений по вопросу билета;
- логично и доказательно раскрывает проблему, предложенную в билете;
- ответ не содержит фактических ошибок и характеризуется глубиной, полнотой, уверенностью студента;
- ответ иллюстрируется примерами, в том числе из собственной практики;
- студент демонстрирует умение вести диалог и вступать в научную дискуссию.

Отметка «хорошо» ставится, если: знания имеют достаточный содержательный уровень, однако отличаются слабой структурированностью; раскрыто содержание билета, имеются неточности при ответе на дополнительные вопросы:

- в ответе имеют место несущественные фактические ошибки, которые студент способен исправить самостоятельно, благодаря наводящему вопросу;
- недостаточно раскрыта проблема по одному из вопросов билета;
- недостаточно логично построено изложение вопроса;
- ответ прозвучал недостаточно уверенно;

– студент не смог показать способность к интеграции и адаптации знаний или теории и практики.
 Отметка «удовлетворительно» ставится, если знания имеют фрагментарный характер, отличаются поверхностностью и малой содержательностью, содержания билета раскрыто слабо, имеются неточности при ответе на основные вопросы билета:
 – программный материал в основном излагается, но допущены фактические ошибки;
 – ответ носит репродуктивный характер;
 – студент не может обосновать закономерности и принципы, обосновать факты;
 – нарушена логика изложения, отсутствует осмысленность представляемого материала;
 – у студента отсутствует представление о межпредметных связях.
 Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:
 – обнаружено незнание или непонимание студентом части предложенного к рассмотрению материала;
 – допускаются существенные фактические ошибки, которые студент не может исправить самостоятельно;
 – на большую часть дополнительных вопросов по содержанию экзамена студент затрудняется дать ответ или не дает верных ответов.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Далингер В.А.	Методика обучения математике. Практикум по решению школьных задач: учебное пособие	Омск: Наука, 2012	http://icdlib.nspu.ru/catalog/details/icdlib/645075/
Л1.2	Шестакова Л. Г.	Методика обучения школьников работать с математической задачей: учебное пособие для студентов	Соликамск: Соликамский государственный педагогический институт, 2013	https://www.iprbookshop.ru/47876.html
Л1.3	Седакова В. И.	Методика решения математических задач: учебное пособие для бакалавров	Сургут: СупГПУ, 2018	https://e.lanbook.com/book/151874

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Далингер В. А.	Задачи с параметрами	Омск: Амфора, 2012	https://icdlib.nspu.ru/catalogs/details/icdlib/852233.php
Л2.2	Далингер В. А.	Задачи с модулями: учебное пособие	Омск: ОмГПУ, 2010	https://icdlib.nspu.ru/catalogs/details/icdlib/852232.php

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.2	MS Office
6.3.1.3	Яндекс.Браузер
6.3.1.4	LibreOffice
6.3.1.5	Moodle
6.3.1.6	NVDA
6.3.1.7	SMART Notebook
6.3.1.8	MS Windows

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань»
6.3.2.2	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.3	Электронно-библиотечная система IPRbooks

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	презентация	
	проблемная лекция	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
-----------------	------------	--------------------

206 Б1	Кабинет методики преподавания математики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, интерактивная доска, экран, проектор, компьютер, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут

вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

1. Арифметические и алгебраические преобразования

Упражнения для самостоятельного решения

1.1. Из чисел 3, 2, 14, 9, 126 выберите, те которые делятся на 2 и найдите их сумму.

1.2. Какие из чисел 1, 5, 15, 62 кратны 5? Найдите их произведение.

1.3. Какие из чисел 56, 45, 89, 38, 96 делятся на 3? Найдите их сумму.

Вычислить:

1.4. а) $2 \cdot (7 - 9) - 3$; б) $0,5 + 3 \cdot (-5 + 2,5)$; в) $1,2 - 2 \cdot (-3 - 1,5)$;

1.5. а) $\frac{1,2 + \frac{1}{5}}{5 - 9}$; б) $\frac{0,3 + \frac{1}{5}}{3^0 - 2}$; в) $\frac{1,3 - 1\frac{1}{5}}{11^0 + 2,5}$; г) $1 + \frac{4^{-1} - 0,25}{(-5)^0 + 4,5}$;

1.6. а) $\left(1\frac{1}{2} + 0,5\right) : 2,3 + 1\frac{1}{4} - 0,25$; б) $0,6 : \left(\frac{1}{2} - 1,5\right) \cdot 2,5 + 1\frac{1}{8} - 4$;

1.7. а) $|-5| - |-6| + |2 - 8|$; б) $\|2 - 3| - |7 - 2|\|$; в) $\|1,2 - 2| - |9 - 6|\|$;

1.8. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} : 6^2$; б) $1\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$; в) $\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{16}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2$;

1.9. а) $(\sqrt{5} - \sqrt{75}) - (5\sqrt{3} + \sqrt{5})$; б) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{8}) + (6\sqrt{2} - \sqrt{12})$;

в) $20\sqrt{64^{-1}} - 0,4\sqrt{0,8^{-2}}$; г) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}}$;

д) $\frac{\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{112}}{\sqrt{7}}$; е) $(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2})(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$;

1.10. а) $\frac{3 \cdot 3^{-5} \cdot 5^5}{3^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 5^6}$; б) $\frac{1000 \cdot 10^{-5} \cdot 100^5}{2^5 \cdot 5^{10}}$.

1.11. Найти 20% числа А, если $A = \frac{3 - 2,5}{3 - \frac{1}{2}}$.

1.12. Найти 25% числа В, если $B = \frac{3 - 5^0}{\left(5,6 - \frac{3}{5}\right)}$.

1.13. Вычислить:

а) $\frac{6}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2} - 2} - \frac{1}{\sqrt{2} + 2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{3} - 5} + \frac{1}{\sqrt{3} + 5} + \frac{\sqrt{3}}{11}$

г) $\frac{2^2 - 7^2}{4^2 - 5^2}$; д) $\frac{40,5^2 - 4,5^2}{8,5^2 - 3,5^2}$; е) $\frac{8,7^2 - 6,5^2 + 2,2 \cdot 2,8}{4,1^2 - 1,9^2}$.

1.14. Найти значение выражения

а) $45b^2a + 75a^2b + 2a$, если $a = -\frac{1}{5}$, $b = \frac{2}{3}$.

б) $-4xy + 4x^2 + y^2$, если $x = 3$, $y = 9$.

Упростить:

1.15. а) $(x+2)^2 - (x-3)^2 - 10x$; б) $2a(3x-2a) - 3x(2a-1) - 3x$;

в) $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \cdot 2xy$; г) $\left(\frac{2}{b} + \frac{2}{a}\right) \cdot \frac{ab}{2}$; д) $\frac{xy+y}{y} - x + 5$;

1.16. $\left(\frac{a+b}{b} + \frac{a-b}{a}\right) : \frac{1}{ab} - 2ab$; 1.17. $\left(\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}\right) \cdot \frac{x^2 - y^2}{2y}$;

1.18. $\left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} - \frac{1}{\sqrt{a-b}}\right) \sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a-b}$;

1.19. а) $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}} : \frac{x^2 - y^2}{x} - \frac{x}{(x-y)^2}$;

б) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)^{-1} (b+a)^2 + (a^4 + b^4 - 2a^2b^2)(b^2 - a^2)^{-2}$;

1.20. а) $|x-5| - |x+9|$, если $x < -9$;

б) $|x+8| - |x-9|$, если $-8 < x < 9$;

в) $\sqrt{x^2 + 10x + 25} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$, если $x < -5$;

г) $|x^2 + 100| + |x^2 - x + 2| - |-2x^2|$;

д) $|x| - |5-x|$, если $x = -1234567890$.

1.21. Найти значение выражения:

а) $\sqrt[6]{441} \cdot \sqrt[3]{21} \cdot \sqrt[3]{6 + \sqrt{15}} \sqrt[6]{51 - 12\sqrt{15}}$;

б) $\sqrt{a + 32\sqrt{a-256}} - \sqrt{a - 32\sqrt{a-256}}$, если $a = 512,2$;

в) $100\left((a+1)^{-1} + (b+1)^{-1}\right)$, если $a = (3 + \sqrt{6})^{-1}$ и $b = (3 - \sqrt{6})^{-1}$;

г) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 2$;

д) $\frac{2a^2 + ab + b^2}{b^2 - 2a^2}$, если $\frac{a+2b}{2a-b} = -7$.

2. Алгебраические уравнения и системы уравнений

Упражнения для самостоятельного решения

Решить уравнения:

2.1. $\frac{2}{7}x = \frac{2}{35}$; 2) $-\frac{1}{8}x = -\frac{3}{8}$; 3) $-\frac{11}{9}x = 0$;

2.2. $1000(x-1+3x-15) = 2000x$;

2.3. $\frac{2x-3}{12} - \frac{5x-11}{2} = \frac{x+3}{6} - \frac{x+2}{3}$;

$$2.4. \frac{4+0,6}{x} = \frac{0,3-1\frac{1}{2} \cdot 2}{4,5};$$

$$2.5. \frac{7+9x}{4} - \left(1 - \frac{2-x}{9}\right) = 7x;$$

$$2.6. 0,2(x-2) - 0,4(x+3) = 0,4 - 0,6x;$$

$$2.7. 5x(x+1) - 2 \cdot (2x+3) = 0, \text{ найти наибольший корень};$$

$$2.8. x^4 - 3x^2 - 4 = 0;$$

$$2.9. 2x^4 = 3 - x^2;$$

$$2.10. 8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0, \text{ найти наименьший корень};$$

$$2.11. x^6 + 7x^3 - 8 = 0, \text{ найти наименьший корень};$$

$$2.12. \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}, \text{ найти сумму корней};$$

$$2.13. \frac{10+3x^2+x}{x^2+2} = 4, \text{ найти наибольший корень};$$

$$2.14. \frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4};$$

$$2.15. 3x - \frac{3x^2+2}{x+5} = 4;$$

$$2.16. \frac{x^2+5x+6}{x^3+3x^2+2x} = 0;$$

$$2.17. \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{x-4}{x^2+2x} = 0;$$

$$2.18. \frac{x^2+2}{x^3+1} + \frac{2x}{x-x^2-1} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$2.19. \frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5, \text{ найти наименьший корень};$$

$$2.20. x - 6 - \sqrt{x} = 0;$$

$$2.21. \sqrt{5x-6} + x = 4;$$

$$2.22. \sqrt{-x^2-2x+8} = -x-4;$$

$$2.23. \sqrt{3x-5} - \sqrt{4-x} = 1;$$

$$2.24. \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6;$$

$$2.25. \sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x};$$

$$2.26. x^2 - 3|x| + 2 = 0, \text{ найти наибольший корень};$$

$$2.27. x^2 - 6|x| + 8 = 0, \text{ найти наибольший корень};$$

$$2.28. |x+2| = 5, \text{ найти наименьший корень};$$

$$2.29. \left| \frac{x-7}{x+3} \right| = 5, \text{ найти наименьший корень};$$

$$2.30. |3x-5| = 12+4x,$$

2.31. $2|x+1| = 2-x$, найти наименьший корень;

2.32. $|x-1| + |2x-3| = 2$, найти наибольший корень;

2.33. $|2x-6| = |x+1|$, найти целый корень;

2.34. При каком значении a уравнения $x^2 + ax + 8 = 0$ и $x^2 + x + a = 0$ имеют общий корень? Найти этот корень.

2.35. Вычислить $x_1^2 + x_2^2$, где x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 2x - 9 = 0$.

Решить системы уравнений:

2.36. а) $\begin{cases} 2x - y = 3; \\ x + 5y = 7; \end{cases}$ в ответ записать $xу$;

б) $\begin{cases} x + y = 4; \\ x^3 + y^3 = 28; \end{cases}$ в ответ записать $xу$;

3. Алгебраические неравенства и системы неравенств

Упражнения для самостоятельного решения

Решить неравенства:

3.1. а) $4x - 3 \leq x - 7$; б) $-2x + 1 > -3x + 4$;

3.2. $\frac{x-1}{3} < \frac{x+4}{2} - 1$; 3.3. $7(x+2) - 3(2-x) > 2 - (x+1)$;

3.3. $\frac{x+4}{x-2} > 1$; 3.4. $\frac{x^2 + 5x + 4}{x-5} < 0$;

3.5. $\frac{(x-1)^2(x+2)(x-3)}{x+1} \geq 0$, найти наименьшее целое x ;

3.6. $\frac{2x^2 - 7x + 41}{x^2 + 7x + 12} \leq \frac{x+2}{x+4}$;

Решить систему неравенств:

3.7. а) $\begin{cases} 5x + 4 < 3x + 12; \\ -3x + 7 \geq x - 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2(x-2) + 5(3-x) \geq 0; \\ 4(x-1) - 2x \leq 5. \end{cases}$

3.8. а) $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0; \\ x^2 - 5x < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geq 0; \\ -x^2 - 16 < 0. \end{cases}$

Найти область определения функции:

3.9. а) $y = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$; б) $y = \frac{2}{x-9} + \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$.

3.10. а) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$; б) $y = \sqrt{5 - x - \frac{6}{x}}$.

3.11. $y = \lg(|x+2| - |5+2x|)$.

Решить неравенства:

3.12. а) $|x-6| \leq 5$; б) $|x-2| - 7 < 0$; в) $|3-2x| > 5$;

3.13. $|x| + |x-5| - 8 \leq 0$; 3.14. $|x+4|(x-3) > 12$;

3.15. а) $\left| \frac{2x+8}{x-5} \right| \leq 3$; б) $\left| \frac{3x+1}{x-3} \right| < 3$;

3.16. а) $|x^2 - 5x| \leq 6$; б) $|2x^2 - 9x + 15| > 20$;

3.17. $|x-6| > |x^2 - 5x + 9|$.

4. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства

Упражнения для самостоятельного решения

Решить уравнения:

4.1. а) $3^{x^2-x} = 9$; б) $2^{x^2-40x+300} = 1$;

4.2. а) $2^{x-1} = 2\sqrt{2}$; б) $\left(\frac{16}{9}\right)^{x-1} = \left(\frac{3}{4}\right)^8$;

4.3. $15^{2x+6} = 3^x \cdot 5^x$;

4.4. $(0,6)^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$, в ответе указать целый корень;

4.5. а) $3^{x+3} + 8 \cdot 3^{x+2} = 33$; б) $5^{x+2} - 12 \cdot 5^{x-1} = 565$;

4.6. $9^{x^2-1} - 2 \cdot 3^{x^2-1} - 3 = 0$, записать в ответ произведение корней;

4.7. а) $4^x - 30 \cdot 2^{x-1} - 16 = 0$; б) $9^x - 75 \cdot 3^{x-1} - 54 = 0$;

в) $49^{x+1} + 55 \cdot 7^{x+1} - 56 = 0$;

4.8. $5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26$, в ответ записать сумму его корней;

4.9. $2^{3x+10} - 3^{3x+9} + 3^{3x+7} + 2^{3x+9} = 0$;

4.10. $2^{2x+8} + 5^{2x+7} + 2^{2x+10} - 5^{2x+8} = 0$;

4.11. $4 \cdot 6^{x-1} - 5^x - 5^{x-1} + 6^{x-2} = 0$;

4.12. $16^x = 4^{|x+1|}$;

4.13. $9 \cdot 5^{\frac{2}{\sqrt{x}}} + 2 \cdot 15^{\frac{1}{\sqrt{x}}} + 75 \cdot 3^{\frac{2}{\sqrt{x}}} = 0$;

4.14. а) $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x + \left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x = 14$;

б) $\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + \left(\sqrt{3-\sqrt{8}}\right)^x = 6$.

Решить неравенства:

4.15. а) $8 \cdot 2^x \geq 4^{-3}$, указать наименьший корень;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3x} > \sqrt{2}$, указать наименьший корень;

4.16. $3^{x^2-12x+25} \leq \frac{1}{3}$, указать больший корень;

4.17. $2^{2x+2} + 2 \leq 9 \cdot 2^x$, указать наименьшее целое решение;

4.18. $36^x - 7 \cdot 6^x + 6 \leq 0$, записать сумму целых решений;

4.19. $7^x + 5 \cdot 7^{x-2} \geq 378$, указать наименьшее целое решение;

4.20. $4 \cdot 3^{4x} - 2^{4x-1} - 3^{4x+1} - 2^{4x} \geq 0$, указать наименьшее целое решение;

4.21. $9 \cdot 16^x + 2 \cdot 12^x - 32 \cdot 9^x \leq 0$, записать наибольшее целое решение;

4.22. $3 \cdot 5^{x+1} + 6 \cdot 5^{-(x+1)} < \frac{81}{5^{x+1}}$, записать наибольшее целое решение;

4.23. $2^{2x} - 15 \cdot 11^x < 11^x - 15 \cdot 2^{2x+3}$, записать наименьшее целое решение.

Решить системы уравнений

4.24. $\begin{cases} 3^y \cdot 2^x = 972; \\ y - x = 3, \end{cases}$ в ответ указать $x + y$;

4.25. $\begin{cases} 3^{y+x} = 128; \\ 5^{3y-2x-3} = 1. \end{cases}$

4.26. $\begin{cases} 2^x + 3^y = \frac{73}{9}; \\ 2^x \cdot 3^y = \frac{8}{9}, \end{cases}$ в ответ указать $x - y$;

4.27. $\begin{cases} 2^x \cdot 9^y = 648; \\ 3^x \cdot 4^y = 432. \end{cases}$

4.28. $\begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12; \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2}. \end{cases}$

4.29. $\begin{cases} 3^x \cdot 7^y = 63; \\ 3^x + 7^y = 16. \end{cases}$

5. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства

Упражнения для самостоятельного решения

Вычислить:

5.1. $5^{\log_5 4^{-1}}$;

5.2. $(\lg 5 + \lg 2) \cdot \lg 100 + 1$;

5.3. $\frac{\log_2 6}{\log_2 36} + 5^{\log_{25} 5}$;

5.4. $\log_2 \log_{\sqrt{3}} 9$;

5.5. $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 4$;

5.6. $\log_{\frac{1}{4}} (\log_2 3 \cdot \log_3 4)$;

5.7. $\log_3 64 \cdot \log_2 \frac{1}{27}$;

5.8. $49^{1-\log_7 14} + 5^{-\log_5 4}$;

5.9. $\log_2 39 - \log_2 13 - \log_2 24$;

5.10. $\log_3 4 - 4 \log_3 2 + \log_3 \frac{4}{9}$;

5.11. $\log_3 21 + \log_3 2 - \log_3 14$.

Решить уравнения:

5.12. $\log_3 (2x - 1) = 2$;

5.13. $\log_{0,2} (x + 3) = -1$;

5.14. $\log_{\frac{12-x}{x}} 3 - 1 = 0$;

5.15. $\lg(3 - x) - \lg(x + 2) = 2 \lg 2$;

5.16. $\log_4^2 x - 6 \log_4 x + 8 = 0$, в ответ записать меньший корень;

5.17. $\log_2^2 (x + 1) - \log_{\sqrt{2}} (x + 1) + \log_5 5 = 0$.

Решить неравенства:

5.18. $\lg(3x - 2) - 1 \geq 0$;

5.19. $\log_{0,6} (x - 4) \leq 2$;

5.20. $5^{\log_5 (x-7)} < 4$;

5.21. $\log_{\frac{1}{3}} \log_3 (x - 1) > 0$;

5.22. $\log_{x-2} (x + 2) < 1$;

5.23. $2^{\log_2 x} \leq (\sqrt{2})^{\log_2 \sqrt{x}}$;

5.24. $\log_2 (3 - 2x) - \log_2 13 < 0$;

5.25. $\log_{0,5} (3 - x) - \log_{0,5} 13 > 0$;

5.26. $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 > 0$.

Решить системы уравнений:

$$5.27. \begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = 3; \\ x - y = -12, \end{cases} \text{ в ответ записать } x + y;$$

$$5.28. \begin{cases} \log_4(x - y) = 1; \\ \log_4 x - \log_4 y = 2, \end{cases} \text{ в ответ записать } 15(x + y);$$

$$5.29. \begin{cases} \log_2 x - \log_4 y = 0; \\ \log_4 x + \log_2 y = 1. \end{cases} \quad 5.30. \begin{cases} \log_4 x = y - 1; \\ x^{\frac{y}{6}} = 4. \end{cases}$$

Решить системы уравнений:

$$5.27. \begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = 3; \\ x - y = -12, \end{cases} \text{ в ответ записать } x + y;$$

$$5.28. \begin{cases} \log_4(x - y) = 1; \\ \log_4 x - \log_4 y = 2, \end{cases} \text{ в ответ записать } 15(x + y);$$

$$5.29. \begin{cases} \log_2 x - \log_4 y = 0; \\ \log_4 x + \log_2 y = 1. \end{cases} \quad 5.30. \begin{cases} \log_4 x = y - 1; \\ x^{\frac{y}{6}} = 4. \end{cases}$$

6. Тригонометрия

Упражнения для самостоятельного решения

Вычислить.

6.1. а) $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$;

б) $\sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + 2 \operatorname{tg} 45^\circ$;

в) $\sin^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8}$; **г)** $2 + 4 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{\pi}{10} + \sin^2 \frac{\pi}{10}$;

д) $\sin 50^\circ \sin 20^\circ + \sin 40^\circ \sin 430^\circ$; **е)** $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

6.2. а) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

б) $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{24}{25}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

в) $\sin \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$ и α – угол 3 четверти.

Упростить:

6.3. $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha}$; 6.4. $\frac{4 \sin 25^\circ \sin 65^\circ}{\cos 40^\circ}$;

6.5. а) $\cos 2\gamma + 2 \sin(\gamma + 30^\circ) \sin(\gamma - 30^\circ)$; б) $\frac{2 + \cos 2\alpha}{6 - 4 \sin^2 \alpha}$;

в) $\frac{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ}$; г) $\frac{(\sin 75^\circ + \cos(-75^\circ))(\sin 75^\circ - \sin 15^\circ)}{\sin 75^\circ \sin 165^\circ}$;

д) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\cos(\pi + \beta) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$;

е) $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$;

ж) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{\sin^2 2\alpha}{2}$ при $\alpha = 2011^\circ$.

Решить уравнения:

6.6 а) $\cos(x + 2) = 0$; б) $\sin 2x = 1$; в) $\cos\left(\frac{5\pi}{4} - 9x\right) = 1$;

г) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = -\frac{1}{2}$; д) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{6} + \frac{4\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = 0$.

6.7. $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$,

6.8. $\sin x = \sin 3x$ на отрезке $(0; \pi/2]$.

6.9. $\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2$ на отрезке $[0; \pi/4]$.

Указать количество различных корней, принадлежащих промежутку $(0; \pi)$

6.10. а) $\cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$; б) $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$.

Решите уравнение на отрезке $[0; 4\pi]$:

6.11. а) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$; б) $\sqrt{3} \cdot \sin 2x + \cos 2x = 2$.

Решить уравнение при условии $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

6.12. $\sqrt{2} \cos 3x + \sqrt{2} \sin 3x = -1$.

7. Арифметическая и геометрическая прогрессия

Упражнения для самостоятельного решения

7.1. В арифметической прогрессии первый член равен 8, разность 4. Найти сумму первых шестнадцати членов прогрессии.

7.2. Четвертый член арифметической прогрессии равен $\frac{5}{14}$.

Найти сумму первых семи членов прогрессии.

7.3. Третий и седьмой члены арифметической прогрессии равны 1,1 и 2,3. Найти сумму первых десяти членов прогрессии.

7.4. Найти сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают остаток, равный 1.

7.5. Определить, при каких x три числа $a_1 = \lg 2$; $a_2 = \lg(2^x - 6)$; $a_3 = \lg(2^x + 34)$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию.

7.6. Вычислить $432 + 72 + 12 + 2 + \dots$

7.7. Первый член геометрической прогрессии равен 150, четвертый 1,2. Найти пятый член прогрессии.

7.8. Сумма второго и восьмого членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна $\frac{325}{128}$, а сумма второго и шестого

членов, уменьшенная на $\frac{65}{132}$, равна четвертому члену этой же прогрессии. Найти сумму квадратов этой прогрессии.

8. Текстовые задачи

8.1. У дроби $\frac{\sqrt{x}}{y}$ число x увеличили на 44%, а число y уменьшили на 70%. На сколько процентов увеличилось значение дроби?

8.2. Сумма двух чисел равна 24. Найти меньшее из них, если 35% одного из них равны 85% другого.

8.3. Яблоки при сушке теряют 84% своего веса. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы приготовить 16 кг сушеных?

8.4. Для вспашки поля за 24 дня требуется 16 тракторов. Сколько потребуется тракторов такой же мощности, чтобы вспахать это поле за 8 дней?

8.5. Расстояние между пристанями 20 км. Этот путь туда и обратно катер проходит за 4 ч 10 мин. Найти скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

8.6. На перегоне в 240 км поезд шел со скоростью на 10 км/ч меньшей, чем предполагал, и поэтому прибыл на место с опозданием на 20 мин. С какой скоростью должен был двигаться поезд на этом перегоне (в км/ч)?

8.7. Из двух городов, расстояние между которыми 448 км, выезжают одновременно навстречу друг другу два автомобиля – один со скоростью 60 км/ч, другой – со скоростью 80 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

8.8. Из двух положительных чисел одно больше другого в 5 раз. Найти большее из этих чисел, если их разность равна 52.

8.9. Сумма цифр двузначного числа равна 8. Если к исходному числу прибавить 36, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.

8.10. Две бригады вместе обработали участок за 12 часов. За какое время могла бы обработать этот участок в отдельности бригада с большей производительностью, если производительности труда бригад относятся как 3:2?

8.11. До приближающегося Ахиллеса оставалось еще 6 м, когда черепаха поняла, что ей не уйти от погони, и обреченно остановилась. Какой путь с начала погони проделала черепаха, если ее скорость в 17 раз меньше скорости Ахиллеса, расстояние между ними за время погони сократилось в 9 раз, и их движение происходило по одной прямой?

9. Планиметрия

Упражнения для самостоятельного решения

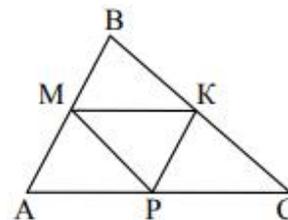
9.8. Найти периметр треугольника, если известно, что сумма его боковых сторон в 2,5 раза больше основания равного 6.

9.9. Периметр треугольника равен 156. Найти наименьшую сторону треугольника, если известно, что одна из сторон в три раза меньше периметра, а разность между двумя другими равна 34.

9.10. В треугольнике один из внутренних углов равен 30° , а второй угол больше третьего в 2 раза. Найти меньший из неизвестных углов.

9.11. В треугольнике сумма двух равных внутренних углов больше третьего на 10° . Найти больший угол.

9.12. Треугольники ABC и MBK подобны. Известно, что $MK=4$, $AC=15$ и $KC=8$. Найти BC .



9.13. Треугольники ABC и MBK подобны. Известно, что $BK=10$, периметр треугольника MBK равен 20, а периметр треугольника ABC равен 120. Найти BC .

9.14. Найти $BC - AB$, если известно, что $BK=AM+6$. MK – средняя линия треугольника ABC , параллельная AC .

9.15. Середины сторон треугольника ABC соединены отрезками. Найти периметр получившегося треугольника AMP , если известно, что периметр исходного треугольника равен 46.

9.16. Середины сторон треугольника ABC соединены отрезками. Найти площадь получившегося треугольника, если площадь исходного треугольника равна 36.

9.17. Стороны треугольника равны 5; 7 и 11. Найти увеличенный в четыре раза квадрат медианы, проведенной к большей стороне.

9.18. Периметр прямоугольного треугольника равен 17,5. Найти медиану, проведенную к гипотенузе, если один из катетов равен 5.

9.19. В треугольнике ABC сторона $BC = 2\sqrt{6}$, прилежащие к ней углы $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 45^\circ$. Найти биссектрису угла β .

9.20. В равнобедренном треугольнике две стороны равны 5 и 20. Найти биссектрису угла при основании треугольника.

9.21. Биссектриса одного из углов треугольника разделила противоположающую сторону на отрезки длиной 24 и 27. Найти две другие стороны треугольника. Если его периметр равен 153.

9.22. Найти высоту равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 5, а косинус угла при вершине равен $(-\frac{7}{25})$.

9.23. Площадь прямоугольного треугольника равна 150, а один из катетов равен 15. Найти длину высоты, опущенной из вершины прямого угла.

9.24. В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 17, а длина гипотенузы 13. Найти площадь треугольника.

9.25. Периметр равнобедренного треугольника равен 64, а боковая сторона 20. Найти площадь треугольника.

9.26. Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 12 и 14, а угол между ними равен 30° .

9.27. В треугольнике ABC угол $A=30^\circ$, а угол $B=45^\circ$. Найти длину BC , если $AC=10\sqrt{2}$.

9.28. В треугольнике разность углов α и β равна 90° . Противоположащие им стороны равны 10 и 5. Найти тангенс угла β .

9.29. В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 41, высота 40, средняя линия 45. Найти длину меньшего основания.

9.30. В равнобокой трапеции боковая сторона равна средней линии, а периметр равен 48. Найти, чему равна боковая сторона трапеции.

9.31. Диагональ прямоугольной трапеции, равная $\frac{2\sqrt{2}-1}{8}$, делит трапецию на два равнобедренных треугольника. Найти периметр трапеции.

9.32. Длины оснований трапеции равны 4 и 10. Найдите длины отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из диагоналей.

9.33. Стороны параллелограмма равны 5 и 6, а угол между ними 30° . Найти длину высоты параллелограмма, опущенную на сторону, длиной 5.

9.34. Одна из диагоналей параллелограмма, равная $\frac{9}{2}\sqrt{6}$, составляет с основанием угол 60° . Найти длину второй диагонали, если она составляет с тем же основанием угол 45° .

9.35. Найти площадь параллелограмма, сторона которого равна 12, а высота, проведенная к ней – 8.

9.36. Большая сторона прямоугольника имеет длину $\sqrt{10}$, а косинус угла между диагоналями равен $-0,25$. Найти длину диагонали прямоугольника.

9.37. Периметр ромба 52, а сумма его диагоналей 34. Найти большую диагональ.

9.38. Диагональ ромба, лежащая против угла 60° , равна 11,2. Найти периметр ромба.

9.39. Чему равна площадь ромба, диагонали которого равны 10 и 7?

9.40. Сторона ромба равна $3\sqrt{5}$. Найти косинус острого угла ромба, если его меньшая диагональ равна 3.

9.41. Периметр квадрата равен $24\sqrt{2}$. Найти его площадь.

9.42. Найти площадь квадрата, диагональ которого равна $2\sqrt{17}$.

9.43. Найти диагональ квадрата, если его площадь равна 420,5.

9.44. Найти площадь круга, если площадь квадрата вписанного в окружность равна 16.

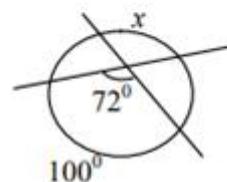
9.45. Найти площадь круга описанного около квадрата со стороной 4.

9.46. В равнобокую трапецию вписана окружность, основания трапеции 4 и 12. Найти радиус вписанной окружности.

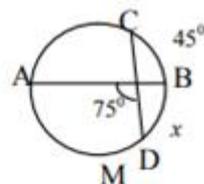
9.47. Вписанный в окружность угол опирается на дугу, длина которой равна 10. Чему равен этот угол, если радиус круга равен 5?

9.48. Вписанный угол на 20° меньше центрального угла, опирающегося на ту же дугу. Найти эти углы.

9.49. Две прямые, угол между которыми равен 72° , пересекаются в точке, лежащей внутри окружности (см. рис.). Величина одной из отсекаемых дуг равна 100° . Найти величину дуги x



9.50. Диаметр AB и хорда CD окружности пересекаются под углом 75° (см. рис.). Величина дуги BC равна 45° . Найти величину дуги x .



9.51. Вершина угла лежит вне окружности, а стороны пересекают окружность, отсекая дуги величиной 32° и 98° . Вычислить градусную меру угла.

9.52. Вершина угла величиной 38° лежит вне окружности, а стороны пересекают окружность, высекая дуги, большая из которых имеет величину 126° . Найти величину меньшей из высекаемых дуг.

9.53. К окружности проведены две касательные. Угол между радиусами, проведенными в точки касания, равен 140° . Найти градусную меру угла между касательными.

9.54. Из точки, расположенной вне окружности, проведены касательная и секущая. Длина отрезка касательной равна 6. Секущая высекает на окружности хорду длиной 5. Найти длину отрезка секущей, расположенного вне окружности.

9.55. В сектор круга, дуга которого содержит 60° , вписан круг. Найти отношение площади этого круга к площади сектора.

9.56. Две окружности радиусами $R = 3$ см и $r = 1$ см касаются внешним образом. Найти расстояние от точки касания окружностей до их общей внешней касательной.

10. Стереометрия

Упражнения для самостоятельного решения

10.1. Определить объем правильной четырехугольной призмы, если ее диагональ образует с плоскостью боковой грани угол 30° , а длина стороны основания равна $\sqrt{2}$.

10.2. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 и 4 и острым углом 30° , боковое ребро равно 3. Найти объем параллелепипеда.

10.3. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4. Боковые грани, опирающиеся на катеты основания перпендикулярны основанию, их общий катет равен 5. Найти объем пирамиды.

10.4. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами длиной 6 и 8. Каждое боковое ребро пирамиды длиной 13. Найти длину высоты пирамиды.

10.5. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен 171. Найти объем другой правильной четырехугольной пирамиды, у которой сторона основания в 3 раза меньше, а высота равна высоте данной пирамиды.

10.6. Площадь основания конуса 9π . Площадь боковой поверхности конуса 15π . Найти высоту конуса.

10.7. Радиусы усеченного конуса 3 и 4, образующая 5. Найти площадь осевого сечения конуса.

10.8. Высота цилиндра равна 18, а диагональ осевого сечения 30. Найти объем цилиндра.

10.9. Объем шара равен 12. Найти объем другого шара, у которого площадь поверхности в 9 раз больше, чем у данного шара.

10.10. Найти объем шара, вписанного в цилиндр, если объем цилиндра 54π .

10.11. Определить площадь поверхности шара, описанного около конуса, у которого длина радиуса основания равна $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$, а высота $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

10.12. Три латунных куба с ребрами 3, 4 и 5 переплавлены в один. Какую длину имеет ребро этого куба.

Критерии оценки:

Отметка «5» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки);

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Контрольная работа

Вариант № 1

1. Вычислите $A = \frac{(0,34 + 0,5) \cdot 40}{18\frac{1}{6} - 1\frac{11}{14} - \frac{2}{15} \cdot 2\frac{6}{7}} \cdot 100$.
2. Найдите сумму всех целых положительных чисел, меньших 100, которые не кратны 5.
3. Мотоциклист проехал 92 км за 2 ч 24 мин. В течение первых двух часов он ехал со скоростью, меньшей скорости в оставшееся время на 2 км/ч. Найдите первоначальную скорость мотоциклиста (в км/ч).
4. Вычислите $5^{2 - \log_5 4} \cdot 100$.
5. Решите уравнение $\sqrt{4x - 7} + \sqrt{2x + 1} = 6$.
6. Вычислите $96 \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4}$.
7. Найдите в градусах решение уравнения $\cos x + \cos(3x) = \cos(2x) + \cos(4x)$, удовлетворяющее условию $-60^\circ < x < 60^\circ$.
8. Определите наименьший целый корень неравенства $7^{x-3} + 7^{x-1} > 350$.
9. В круг радиусом 10 вписан квадрат. Найдите площадь части круга, лежащей вне квадрата, приняв $\pi \approx 3,14$.
10. За 4 дня совместной работы двух тракторов различной мощности вспахано $\frac{2}{3}$ поля. За сколько дней может вспахать это поле только первый трактор, если на это ему требуется на 5 дней меньше, чем только второму трактору?

Вариант № 2

1. Найдите число, если 25% его составляют 40% от 160.
2. Найдите первый член убывающей четырехчленной геометрической прогрессии, зная, что сумма крайних членов этой прогрессии 27, а сумма средних 18.
3. Через один кран резервуар заполняется за 180 минут, а через другой – за 270 минут. На сколько минут надо открыть оба крана, чтобы наполнить $\frac{1}{2}$ резервуара?

4. Найдите наибольший корень уравнения $x^4 - 10x^3 + 90x - 81 = 0$.
5. Найдите наибольший корень уравнения $|x^2 - 3x + 2| = x + 2$.
6. Вычислите $5 \sin \alpha$, если $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = 2$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
7. Найдите $10 \cdot \log_2 \sqrt[5]{a}$, если $\log_a 32 = 5$.
8. Решите уравнение $\lg(\lg x) = \lg(\lg 4) - \lg(\lg 2)$.
9. Определите объем правильной треугольной призмы, если длина стороны ее основания 2, а боковая поверхность призмы равновелика сумме ее оснований.
10. Средняя линия m трапеции, описанной около окружности, равна 20. Найти периметр трапеции.

Вариант № 3

1. Вычислите $A = \frac{2\frac{3}{4} : 1,1 + 3\frac{1}{3} : \frac{5}{12}}{2,5 - 0,4 \cdot 3\frac{1}{3}}$.

2. За 2 кг одного продукта и 3 кг другого заплатили 12 руб. После того, как первый продукт подорожал на 20%, а второй подешевел на 40%, за то же количество заплатили 9 руб. Сколько стоил первоначально 1 кг второго продукта?
3. Произведение 1-го и 15-го членов геометрической прогрессии равно 289. Найдите 8-ой член прогрессии, если все члены прогрессии положительны.
4. Найдите меньший корень уравнения $|4x - 15| = 3$.
5. Две трубы наполняют бассейн за 12 часов. Одна первая наполняет его на 10 часов быстрее одной второй. За сколько часов наполнит бассейн одна первая труба?
6. Найдите наименьшее целое решение неравенства $(0,7)^{x/\sqrt{2}} < 0,2401$.
7. Решите уравнение $\lg\left(x + \frac{1}{2}\right) = \lg 0,5 - \frac{1}{3} \lg x^3$. В ответ укажите $10x$, где x – корень уравнения.

8. Вычислите $10 \cdot \frac{\operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

9. Найдите $2x + y$, если x и y удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ |y| - x = 1. \end{cases}$$

10. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена высота BD . Периметр треугольника ABC равен 70 см, а треугольника ABD – 50 см. Найдите BD .

Вариант № 3

1. Вычислите $A = \frac{2\frac{3}{4} : 1,1 + 3\frac{1}{3} : \frac{5}{12}}{2,5 - 0,4 \cdot 3\frac{1}{3}}$.

2. За 2 кг одного продукта и 3 кг другого заплатили 12 руб. После того, как первый продукт подорожал на 20%, а второй подешевел на 40%, за то же количество заплатили 9 руб. Сколько стоил первоначально 1 кг второго продукта?

3. Произведение 1-го и 15-го членов геометрической прогрессии равно 289. Найдите 8-ой член прогрессии, если все члены прогрессии положительны.

4. Найдите меньший корень уравнения $|4x - 15| = 3$.

5. Две трубы наполняют бассейн за 12 часов. Одна первая наполняет его на 10 часов быстрее одной второй. За сколько часов наполнит бассейн одна первая труба?

6. Найдите наименьшее целое решение неравенства $(0,7)^{x/\sqrt{2}} < 0,2401$.

7. Решите уравнение $\lg\left(x + \frac{1}{2}\right) = \lg 0,5 - \frac{1}{3} \lg x^3$. В ответ укажите $10x$, где x – корень уравнения.

8. Вычислите $10 \cdot \frac{\operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Вариант № 4

1. Найдите сумму целых чисел, являющихся решением неравенства $\frac{2}{2x+1} > \frac{1}{x-4}$.
2. Какова масса стального куба со стороной 5 см, если масса стального куба со стороной 10 см составляет 240 г.
3. Упростите $4((x-y)^2 - (x+y)^2 + (2x^{1/2}\sqrt{y})^2 - 1)$.
4. Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = 6$.
5. Решите уравнение $7^{x+2} - 7^{x+1} = 6 \cdot 2^{x+1}$.
6. Вычислите $15^0 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 8^{1-\log_{16} 81}$.
7. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\log_{0,5}(5x) > \log_{0,5}(x^2)$.
8. Найдите (в градусах) решение уравнения $4\cos^2(2x) - 1 = 0$, удовлетворяющее условию $135^\circ < x < 180^\circ$.
9. Определить сумму длин диагоналей параллелограмма со сторонами $2\sqrt{2}$ и $3\sqrt{2}$, если больший угол между диагоналями равен большему углу параллелограмма.
10. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, ребро которой составляет с плоскостью основания угол в 30° и имеет длину 4 см.

Вариант № 5

1. Упростить и вычислить при $x = 13$ выражение $\left(\frac{x-3}{x^2-3x+9} - \frac{6x-18}{x^3+27}\right) \cdot \frac{5x-15}{4x^3+108}$.
2. Найти наименьшее из двух чисел, одно из которых в 5,5 раза меньше другого, а их среднее арифметическое равно 1001.
3. Сумма трех первых членов арифметической прогрессии равна 144. Если от этих чисел отнять 25, 27 и 1 соответственно, то получим три числа, образующие геометрическую прогрессию. Найти седьмой член арифметической прогрессии. В ответе записать большее число.
4. Найти наименьший корень уравнения $3 - x^2 = |x+1| + x$.
5. Решить уравнение $\sqrt{8+2x} + \sqrt{8-2x} = x$.
6. Найти наибольшее целое решение неравенства $27^{2(x-1)/x} > \sqrt{9^{x-1}}$.
7. Найти $252 \cos 3\alpha$, если $\cos 6\alpha = 7/18$ и $0^\circ < 6\alpha < 90^\circ$.

8. Турист шел из пункта A в пункт B со скоростью 6 км/ч, а из B в C – со скоростью 4 км/ч. Сколько километров прошел турист, если расстояние от A до B на 24 км больше, чем от B до C , и средняя скорость движения туриста 5,25 км/ч.

9. В двух сплавах содержится разное количество меди: в первом сплаве на 40% меньше меди, чем во втором. После того, как их сплавляли вместе, получили сплав, содержащий 36% меди. Найти процентное содержание меди в первом сплаве, если в нем меди было 6 кг, а во втором 12 кг.

10. Найти в градусах наибольший отрицательный корень уравнения

$$\operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2.$$

Критерии оценки:

Отметка «5» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки);

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;
- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.